

## Применение фильтра Калмана для решения обратных задач в аэроэлектроразведке.

Е.В. Каршаков\* (ИПУ РАН)

### Введение

Фильтр Калмана — хорошо зарекомендовавший себя инструмент теории оптимального оценивания (Simon, 2006). При этом, будучи изначально сформулирован для решения линейных задач (Kalman, 1960), алгоритм был распространен и нашел свое применение в нелинейных задачах оценивания. Наиболее широкое распространение алгоритм получил в задачах, связанных с различными динамическими системами, например, в задачах навигации (Xu et al., 2014). Существуют применения достаточно сложных Калмановских алгоритмов и в различных некорректно поставленных задачах, например, связанных с изучением океана (Park and Kaneko, 2000; Mitchell et al., 2002; Kerpenne and Rienecker, 2003). Говоря об аэрогеофизических методах, следует отметить, что фильтр Калмана стал стандартным инструментом для обработки данных авиационной гравиметрии (Olson, 2010).

При обработке данных аэроэлектроразведки наиболее традиционными являются расчет кажущихся сопротивлений и одномерная инверсия (Zhdanov, 2009), поскольку данные методы позволяют наиболее оперативно получить представление о параметрах среды без привлечения дополнительной информации. Расчет кажущихся сопротивлений — вычисление для каждого электроразведочного канала, не важно, в частотной или во временной области, сопротивления эквивалентного однородного полупространства. При этом, как правило, учитываются геометрические параметры установки, в том числе высота полета системы. Одномерная инверсия — подбор параметров горизонтально-слоистой среды, отклик от которой, с учетом геометрических параметров установки, отвечает всему набору измерений аэроэлектроразведочной системы. Оба метода, как и более сложные алгоритмы двух- и трехмерной инверсии, требуют решения задач, некорректно поставленных по Адамару (Hadamard, 1932). Как следствие, необходима регуляризация для обеспечения единственности и устойчивости решения.

Можно утверждать, что для обработки данных аэроэлектроразведки существует вполне сложившийся набор методов (Chang-Chun et al., 2015). Среди них можно выделить три основных, применяемых при решении одномерной обратной задачи: инверсия с вертикальными ограничениями (VCI — Vertically Constrained Inversion), инверсия с продольными ограничениями (LCI — Laterally Constrained Inversion), декомпозиция по сингулярным числам (SVD — Singular Value Decomposition) (Guillemoteau et al., 2011). Все эти способы по разному борются с шумами измерений, однако, у всех в основе лежит принцип минимизации следующего квадратичного функционала (Chang-Chun et al., 2015):

$$Q = \sum_{j=1}^N [F_j^{obs} - F_j^{cal}(\mathbf{m})]^2, \quad (1)$$

где  $N$  — количество каналов электроразведочной системы, данные которых используются в обработке,  $F^{obs}$  и  $F^{cal}$  — результат измерения и результат решения прямой задачи для модели с параметрами среды, заданными вектором  $\mathbf{m} = (\rho_1, h_1, \rho_2, h_2, \dots)$ , в котором  $\rho_j$  — удельное сопротивление, а  $h_j$  — мощность соответствующего однородного слоя.

подавляющее большинство современных аэроэлектроразведочных систем использует вертикальный магнитный диполь для генерации сигнала возбуждения, а в обработке использует вертикальную компоненту отклика (Smith, 2014). Соответственно, функция  $F$  в формуле (1) может быть рассчитана как вертикальная компонента отклика для определенной частоты  $\omega$  следующим образом (Zhdanov, 2009):

$$H_z(r, z, h_T, \omega) = -\frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} u(n_0, z, h_T, \omega) J_0(n_0 r) n_0^2 dn_0, \quad (2)$$

где  $J_0$  – функция Бесселя первого рода 0-го порядка,  $r$  — горизонтальное смещение приемника относительно оси диполя,  $h_T$  — высота диполя над поверхностью среды,  $z$  — высота приемника над поверхностью среды,  $u$  — двумерный пространственный спектр потенциала поля отклика:

$$u(n_0, z, h_T, \omega) = \frac{M e^{-n_0(z+h_T)}}{2} \cdot \frac{n_1 - n_0 R^*}{n_1 + n_0 R^*}, \quad (3)$$

$M$  — амплитуда дипольного момента, вычисляется как произведение амплитуды тока в петле передающей системы  $I$  на площадь петли  $S$  и на количество витков  $n$ :  $M = nIS$ ,  $R^*$  — приведенный спектральный импеданс среды. Для  $K$  слоев (мощность нижнего  $K$ -го слоя считается бесконечной) приведенный спектральный импеданс выражается следующим образом:

$$R^* = \operatorname{th} \left[ n_1 h_1 + \operatorname{arcth} \left[ \frac{n_1}{n_2} \operatorname{th} \left( n_2 h_2 + \dots \left( n_{K-1} h_{K-1} + \operatorname{arcth} \frac{n_{K-1}}{n_K} \right) \dots \right) \right] \right], \quad n_j = \sqrt{n_0^2 - \frac{i\omega\mu_0}{\rho_j}}, \quad \operatorname{Re} n_j > 0, \quad (4)$$

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  — магнитная постоянная (магнитная проницаемость вакуума),  $i$  — мнимая единица,  $\operatorname{Re} n_j$  — действительная часть комплексного числа  $n_j$ .

Соотношений (2)–(4) достаточно, чтобы решить прямую задачу в одномерном случае и получить функцию  $F$  для частотных аэроэлектроразведочных систем. Действительная часть (2) дает синфазную компоненту отклика, а мнимая часть — квадратурную.

Для получения модели отклика во временной области достаточно свернуть частотную характеристику моделируемой среды  $SH_z(\omega)$ , компоненты которой рассчитываются по (2) при единичной амплитуде дипольного момента, с известным спектром первичного поля  $ST(\omega)$ . Учитывая, что все аэроэлектроразведочные системы, реализующие метод переходных процессов (МПП), имеют периодический и симметричный относительно нуля сигнал возбуждения, а спектральная характеристика приемника  $SR(\omega)$  ограничена сверху по частоте, по крайней мере, частотой Найквиста, достаточно вычислить отклик для конечного набора нечетных гармоник базовой частоты возбуждения (Volkovitsky and Karshakov, 2013):

$$H_z(t) = \frac{1}{2\pi} \sum_{k=0}^L SH_z([1+2k]\omega_0) \cdot ST([1+2k]\omega_0) \cdot SR([1+2k]\omega_0) \cdot e^{-i[1+2k]\omega_0 t}, \quad (5)$$

где  $\omega_0$  — базовая частота возбуждаемого поля, т.е. минимальная частота в спектре возбуждения,  $L$  — число, отвечающее максимальной регистрируемой приемником частоте,  $SR([1+2k]\omega_0) = 0$  при  $k > L$ .

Дальнейшее изложение построено следующим образом. Сначала обратная задача аэроэлектроразведки формулируется как стохастическая задача оценивания, что необходимо для применения алгоритмов фильтра Калмана. Для решения поставленной задачи приводятся соотношения фильтра Калмана. Особое внимание уделяется методике формирования ковариационных матриц ошибки оценки. Показывается, как данный алгоритм позволяет реализовать известные подходы к решению одномерных задач в вариантах с вертикальными ограничениями VCI, с продольными ограничениями LCI и с сингулярным разложением SVD. Также обсуждаются дополнительные возможности Калмановского подхода, такие, как анализ стохастических мер оцениваемости (Golovan and Parusnikov, 1998), применение Калмановского

сглаживания (Simon, 2006). На примере данных частотной аэроэлектроразведочной системы EM4Н (Vovenko et al., 2013) показан вариант применения описанного алгоритма для вычисления кажущихся удельных сопротивлений. Предложена методика, позволяющая избежать неоднозначности при определении этих величин. В конце сформулированы выводы.

### Постановка стохастической задачи оценивания

Для каждого момента времени  $t_j$  измерения аэроэлектроразведочной системы можно представить вектором  $\mathbf{z}_j$  размерности  $N$ . Пусть модель среды для данной точки описывается вектором параметров  $\mathbf{x}_j$  размерности  $K$ , а параметры поля определяются на основе решения прямой задачи вектор-функцией  $\mathbf{h}_j(\mathbf{x}_j)$ , размерность которого соответствует размерности вектора измерений  $N$ . Алгоритм оценивания строится на предположении, что вектор измерений удовлетворяет следующей модели:

$$\mathbf{z}_j = \mathbf{h}_j(\mathbf{x}_j) + \mathbf{r}_j, \quad E[\mathbf{r}_j] = 0, \quad E[\mathbf{r}_j \mathbf{r}_k^T] = \mathbf{R}_j \delta_{jk}, \quad (6)$$

где  $\mathbf{r}_j$  — вектор помех измерений, который моделируется гауссовским белым шумом с нулевым математическим ожиданием и ковариационной матрицей  $\mathbf{R}_j$ ,  $E[\cdot]$  обозначает математическое ожидание,  $\delta_{jk}$  — символ Кронекера:  $\delta_{jk} = 1$  при  $j = k$  и  $\delta_{jk} = 0$  в остальных случаях.

Можно также ввести модель поведения вектора параметров в зависимости от времени:

$$\mathbf{x}_{j+1} = \mathbf{f}_j(\mathbf{x}_j) + \mathbf{q}_j, \quad E[\mathbf{q}_j] = 0, \quad E[\mathbf{q}_j \mathbf{q}_k^T] = \mathbf{Q}_j \delta_{jk}, \quad (7)$$

где  $\mathbf{q}_j$  — вектор случайной составляющей, который моделируется гауссовским белым шумом с нулевым математическим ожиданием и ковариационной матрицей  $\mathbf{Q}_j$ . Фактически данный вектор позволяет задавать степень коррелированности параметров в последовательных точках измерения. При этом зависимость (7) можно рассматривать, как пространственную, т. е. задавать матрицу  $\mathbf{Q}_j$  и вектор  $\mathbf{f}_j$ , исходя из пройденного расстояния за данный интервал времени с учетом известной скорости (Karshakov and Kharichkin, 2008).

Задача оценивания ставится следующим образом. Пусть вектор состояния  $\mathbf{x}$  удовлетворяет системе уравнений (7). По набору измерений  $\mathbf{z}_j$ , удовлетворяющему уравнениям (6), требуется определить такие значения вектора  $\tilde{\mathbf{x}}_j$  в моменты времени  $t_j$ , что их отклонения от истинных значений  $\mathbf{x}_j$  минимальны в указанные моменты времени.

Вводится также начальная оценка вектора параметров  $\tilde{\mathbf{x}}_0^-$ , которая никак не учитывает измерений, а отражает лишь априорную информацию о среде. Для этого вектора вводится априорное значение ковариационной матрицы ошибки оценки  $\mathbf{P}_0^-$ :

$$\tilde{\mathbf{x}}_0^- = E[\tilde{\mathbf{x}}_0^-], \quad \mathbf{P}_0^- = E[\tilde{\mathbf{x}}_0^- \tilde{\mathbf{x}}_0^{-T}]. \quad (8)$$

В такой постановке задача оценивания может быть решена при помощи алгоритма фильтра Калмана. Но, прежде чем перейти к его описанию, следует сделать несколько замечаний, касающихся входящих в модель параметров — матриц  $\mathbf{R}$ ,  $\mathbf{Q}$  и  $\mathbf{P}_0^-$ .

Матрицу  $\mathbf{R}$  в задаче аэроэлектроразведки можно задать, исходя из результатов калибровочного полета на большой высоте. Как правило, электроразведочные системы поднимают на достаточно большую высоту (500-700 м), на которой откликами от земной поверхности можно пренебречь (Vovenko et al., 2013; Moilanen et al., 2013). Статистические характеристики сигналов полностью задают матрицу  $\mathbf{R}$ . Наиболее простой способ задать ее диагональной, таким образом, чтобы на диагонали стояли дисперсии сигналов, полученные при калибровке в соответствующем канале измерений.

Матрица  $\mathbf{Q}$  по сути описывает допустимую модель степень изменения параметров модели от одной точки измерений к другой — на диагонали стоят дисперсии приращений соответствующих параметров. Ясно, что чем больше расстояние между соседними точками, тем больше должна быть изменчивость модели. Поэтому разумно задать степень изменения на метр  $\mathbf{Q}^1$ , и в дальнейшем брать  $\mathbf{Q}_j = v_j^2 \mathbf{Q}^1$ , где  $v_j$  — модуль текущей скорости авиационного носителя. При этом сама модель может быть тривиальной:  $\mathbf{f}_j(\mathbf{x}_j) = \mathbf{x}_j$ .

Наконец, матрица  $\mathbf{P}_0^-$ , которая характеризует достоверность априорного знания модели, должна содержать дисперсии ошибок знания соответствующих параметров на диагонали и коэффициенты их корреляции вне диагонали.

### Алгоритм итерационного обобщенного фильтра Калмана

Решение задачи оценивания выполняется в виде последовательности циклов, каждый из которых реализуется в два этапа — этап коррекции и этап прогноза. Этап прогноза — переход от апостериорных оценок в момент  $j - 1$  к априорным в момент  $j$ :

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{x}}_j^- &= \mathbf{f}_{j-1}(\tilde{\mathbf{x}}_{j-1}^+), \\ \mathbf{P}_j^- &= \mathbf{A}_{j-1} \mathbf{P}_{j-1}^+ \mathbf{A}_{j-1}^T + \mathbf{Q}_{j-1}, \quad \mathbf{A}_{j-1} = \frac{\partial \mathbf{f}_{j-1}}{\partial \mathbf{x}}. \end{aligned} \quad (9)$$

Для существенно нелинейных моделей (7) существуют эффективные методики, позволяющие наилучшим образом учесть нелинейность  $\mathbf{f}$ : метод сигма-точек, ансцентный фильтр и т. п. (Simon, 2006). Однако, в рассматриваемом случае детерминированная часть модели не известна — наши знания о среде, как правило, минимальны. Вся неопределенность закладывается в случайную составляющую модели - вектор  $\mathbf{q}$ . Матрица  $\mathbf{A}$  в тривиальном случае единичная.

Этап коррекции — переход от априорных оценок к апостериорным в момент  $j$ :

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{x}}_j^{k+} &= \tilde{\mathbf{x}}_j^{k-} + \mathbf{K}_j^k (\mathbf{z}_j - \mathbf{h}_j(\tilde{\mathbf{x}}_j^{k-})), \\ \mathbf{P}_j^{k+} &= \left( \mathbf{I} - \mathbf{K}_j^k \frac{\partial \mathbf{h}_j(\tilde{\mathbf{x}}_j^k)}{\partial \mathbf{x}} \right) \mathbf{P}_j^{k-}, \\ \mathbf{K}_j^k &= \mathbf{P}_j^{k-} \left( \frac{\partial \mathbf{h}_j(\tilde{\mathbf{x}}_j^{k-})}{\partial \mathbf{x}} \right)^T \left[ \frac{\partial \mathbf{h}_j(\tilde{\mathbf{x}}_j^{k-})}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{P}_j^{k-} \left( \frac{\partial \mathbf{h}_j(\tilde{\mathbf{x}}_j^{k-})}{\partial \mathbf{x}} \right)^T + \mathbf{R}_j \right]^{-1}. \end{aligned} \quad (10)$$

Здесь функция  $\mathbf{h}(\mathbf{x})$  весьма существенно нелинейна (см. (2) или (5)). Поэтому этап коррекции необходимо выполнять в несколько итераций, верхний индекс  $k$  в (10) обозначает номер итерации. На каждом шаге итерации необходимо заново пересчитывать матрицу Якоби  $\partial \mathbf{h} / \partial \mathbf{x}$  и коэффициент фильтра  $\mathbf{K}$ . Условием выхода из итерационной процедуры следует считать достижение минимума величиной

$$\|\mathbf{z}_j - \mathbf{h}_j(\tilde{\mathbf{x}}_j^{k+})\| = \sqrt{(\mathbf{z}_j - \mathbf{h}_j(\tilde{\mathbf{x}}_j^{k+}))^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{z}_j - \mathbf{h}_j(\tilde{\mathbf{x}}_j^{k+}))}. \quad (11)$$

В предположении о гауссовой природе шумов измерений это будет соответствовать максимуму правдоподобия — максимуму соответствующей функции распределения (Simon, 2006).

На каждом шаге итерации предлагается выполнять следующие операции

$$\tilde{\mathbf{x}}_j^{k-} = \tilde{\mathbf{x}}_j^{k-1+}, \quad \mathbf{P}_j^{k-} = \frac{\|\mathbf{z}_j - \mathbf{h}_j(\tilde{\mathbf{x}}_j^{k-1+})\|^2}{\|\mathbf{z}_j - \mathbf{h}_j(\tilde{\mathbf{x}}_j^{k-1-})\|^2} \mathbf{P}_j^{k-1-}. \quad (12)$$

Эмпирическая формула пересчета ковариационной матрицы  $\mathbf{P}$  позволяет избежать слишком быстрого уменьшения ее нормы от итерации к итерации, которое будет происходить из-за того, что формулы (10) для  $\mathbf{P}$  не учитывают нелинейности  $\mathbf{h}$ .

Весь формализм, использованный в этом разделе, может быть применен ко многим постановкам обратных задач, не обязательно связанных с аэроэлектроразведкой. Далее рассмотрим нюансы, связанные с одномерной инверсией в задаче электроразведки.

Хорошо известно, что удельное электрическое сопротивление пород подчиняется логнормальному распределению (Palacky, 1987). По этой причине часто рассматривают задачу подбора логарифмов удельных сопротивлений (Guillemoteau et al., 2011). Это незначительно меняет условия: если  $x_k$ ,  $k$ -я компонента вектора  $\mathbf{x}$ , отвечает удельному сопротивлению  $\rho_j$ , то можно ввести  $x_k = \ln \rho_j$  и учесть это в выражении (4). Соответственно, при численном определении матрицы  $\partial \mathbf{h} / \partial \mathbf{x}$ , аддитивная вариация  $x_k$  будет соответствовать мультипликативной вариации  $\rho_j$ :

$$x_k + \delta x_k \Rightarrow \rho_j \times \ln \delta x_k, \quad x_k - \delta x_k \Rightarrow \frac{\rho_j}{\ln \delta x_k}. \quad (13)$$

Обсуждая основные методы решения одномерных обратных задач, стоит отметить, что форма решения, приведенная в (10), в общем виде схожа с традиционно рассматриваемыми формами для SVD (Jupp and Vozoff, 1975), VCI, LCI (Guillemoteau et al., 2011). Важно, что при инверсии с вертикальными (VCI) и продольными (LCI) ограничениями подбираются только удельные сопротивления слоев с фиксированными наперед заданными мощностями.

Для введения вертикальных ограничений в матрицу, отвечающую за стабилизацию решения, вводятся внедиагональные элементы (в работе Guillemoteau et al. (2011) в части, посвященной VCI, это матрица  $\mathbf{S}$ ). В терминологии Калмановского подхода это эквивалентно добавлению априорной информации о коррелированности удельных сопротивлений соседних слоев: матрица  $\mathbf{P}^-$  на этапе коррекции также должна содержать внедиагональные элементы. Этого можно добиться, задавая эту матрицу на каждом шаге заново в том виде, в каком она задана у Guillemoteau et al. (2011).

Для введения продольных ограничений за стабилизацию отвечает диагональная матрица (в работе Guillemoteau et al. (2011) в части, посвященной LCI, это матрица  $\lambda^2 \mathbf{I}$ ). В терминологии Калмановского подхода это эквивалентно добавлению априорной информации о коррелированности пространственно соседних отсчетов: матрица  $\mathbf{P}^-$  на этапе коррекции по норме должна быть сопоставима с матрицей  $\mathbf{R}$ . Этого можно добиться, задавая соответствующим образом матрицу  $\mathbf{Q} = v^2 \mathbf{Q}^1$ . ( $v$  — модуль скорости). Диагональные элементы  $\mathbf{Q}^1$  по сути должны отражать, насколько может измениться сопротивление при смещении на один метр вдоль профиля.

Сингулярное разложение (SVD) традиционно применяется при задании ковариационной матрицы ошибки оценки для обеспечения вычислительной устойчивости алгоритма. Используется либо метод корня, либо U-D разложение:

$$\mathbf{P} = \mathbf{S}\mathbf{S}^T \text{ или } \mathbf{P} = \mathbf{U}\mathbf{D}\mathbf{U}^T, \quad (14)$$

где  $\mathbf{S}$  — нижнетреугольная матрица, называемая квадратным корнем из  $\mathbf{P}$ ,  $\mathbf{U}$  — верхнетреугольная матрица с единицами на диагонали,  $\mathbf{D}$  — диагональная матрица, на диагонали которой стоят сингулярные числа исходной матрицы  $\mathbf{P}$ . В литературе описаны алгоритмы этапов прогноза (9) и коррекции (10) непосредственно с матрицами  $\mathbf{S}$  или  $\mathbf{U}$  и  $\mathbf{D}$  (Simon, 2006).

Подводя итоги, хочется сказать о дополнительных возможностях, открывающихся при использовании фильтра Калмана. Во-первых, как можно видеть, такая постановка позволяет гармонично комбинировать существующие методики инверсии. Во-вторых, можно применять дополнительные механизмы, разработанные для фильтра Калмана. Например, при инверсии с продольными ограничениями возникает асимметрия решения: при обработке текущей точки используется информация о предыдущих точках, но не используются измерения в последующих. Можно применить алгоритм Калмановского сглаживания, выполнив обработку в «прямом» и в «обратном» времени, от последней точки к первой, после чего произвести «склежку» полученных оценок (Simon, 2006):

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{x}}_j &= \mathbf{K}_j \tilde{\mathbf{x}}_{fj}^+ + (\mathbf{I} - \mathbf{K}_j) \tilde{\mathbf{x}}_{bj}^-, \\ \mathbf{P}_j &= [(\mathbf{P}_{fj}^+)^{-1} + (\mathbf{P}_{bj}^-)^{-1}]^{-1}, \\ \mathbf{K}_j &= \mathbf{P}_{bj}^- (\mathbf{P}_{fj}^+ + \mathbf{P}_{bj}^-)^{-1},\end{aligned}\quad (15)$$

где индекс  $f$  соответствует оценке в «прямом» времени,  $b$  — в «обратном».

Также Калмановский подход дает возможность анализировать полученное решение с помощью стохастических мер оценивания (Golovan and Parusnikov, 1998). Например, величина

$$\mu = \sqrt{\frac{\mathbf{h}^T \mathbf{P}_j^+ \mathbf{h}}{\mathbf{h}^T \mathbf{P}_j^- \mathbf{h}}}\quad (16)$$

задает меру оцениваемости величины, задаваемой в пространстве параметров вектором  $\mathbf{h}$ , в конкретной точке с индексом  $j$  — чем меньше  $\mu$ , тем лучше оценка. Сравнение таких мер позволяет не только оценивать качество решения по невязке, но и получить относительную достоверность полученных параметров для данного решения — какие удельные сопротивления оценились лучше, какие хуже.

### Пример применения фильтра Калмана — расчет кажущихся сопротивлений для системы ЕМ4Н

Для примера можно рассмотреть задачу вычисления кажущихся удельных сопротивлений, или удельных сопротивлений эквивалентного однородного полупространства, для частотной аэроэлектроразведочной системы ЕМ4Н (Vovenko et al., 2013). В этой системе вертикальный магнитный диполь фиксируется на фюзеляже летательного аппарата (ЛА), трехкомпонентный приемник буксируется на гибком тросе длиной 70 метров. Система возбуждает переменное магнитное поле на четырех частотах: 130, 520, 2080 и 8330 Гц, и измеряет синфазную и квадратурную компоненты отклика. Высота полета ЛА контролируется радиовысотомером. Помимо этого в системе реализовано измерение положения приемника относительно диполя (Karshakov et al., 2013). В конечном итоге все это позволяет определить суммарную высоту полета передатчика и приемника ( $z + h$ ) и горизонтальное смещение приемника  $r$  в формуле (3) для расчета вторичного поля (2).

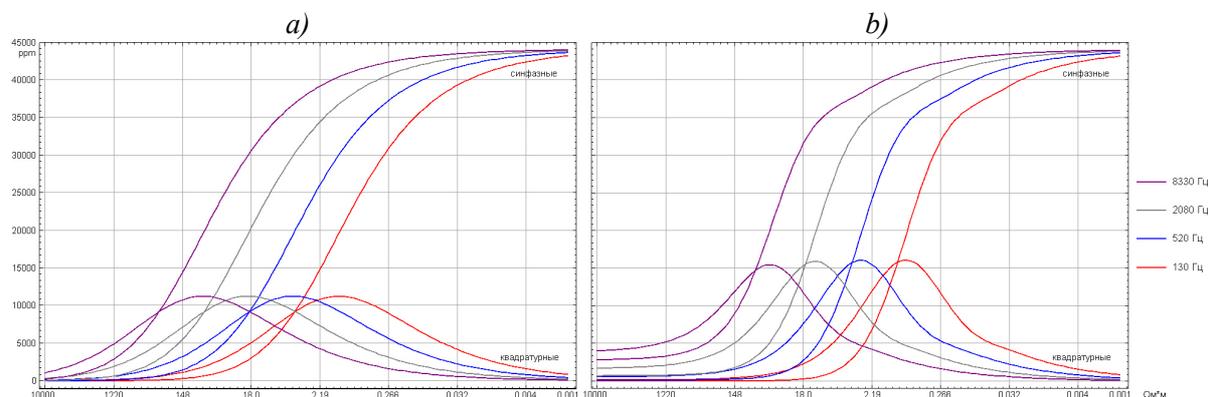
Таким образом, при измерении на каждой частоте синфазной (реальной) и квадратурной (мнимой) компонент отклика, который зависит от суммарной высоты и горизонтального смещения, требуется определить удельное сопротивление эквивалентного однородного полупространства. Здесь важно отметить некоторые особенности. Во-первых, как показано на рисунке 1а, в разной области удельных сопротивлений работают разные составляющие сигнала: на высоких сопротивлениях синфазная компонента отклика очень мала, работает только квадратурная компонента. При относительно низких сопротивлениях квадратурная компонента достигает максимума и практически не дает информации о разрезе, зато синфазная компонента работает эффективно. При еще более низких сопротивлениях квадратурная

компонента вновь становится чувствительной к параметрам среды, но, в отличие от высокоомной ветви, убывает с ростом удельной электропроводности.

Существует несколько классических подходов, которые предполагают подбор сопротивлений с учетом каких-либо двух параметров (Fraser, 1987):

1. Синфазная и квадратурная компонента отклика: плохо работает в области максимума квадратурной компоненты и в области низких откликов по синфазной составляющей.
2. Амплитуда отклика и высота: плохо работает правее максимума квадратурной компоненты.
3. Синфазная компонента отклика и высота: плохо работает в области низких откликов по синфазной составляющей.
4. Квадратурная компонента отклика и высота: плохо работает в области максимума квадратурной компоненты, неоднозначность по удельным сопротивлениям.
5. Фаза сигнала отклика и высота: плохо работает в области низких откликов по синфазной составляющей.

Данные подходы обеспечивают использование двумерных палеток для расчета кажущихся сопротивлений, что с применением современных программных пакетов позволяет быстро получить нужные значения. Каждый из этих вариантов имеет свои преимущества и недостатки, но стоит отметить следующее. Во-первых, все подходы дают разные значения удельных сопротивлений, когда реальная среда отлична от однородного полупространства, что делает затруднительным переход от одного метода к другому. А такой переход необходим, потому что в изолирующей области более эффективна квадратурная компонента, а в проводящей — синфазная. Во-вторых, данные подходы не учитывают изменяющееся горизонтальное смещение приемника относительно передатчика.

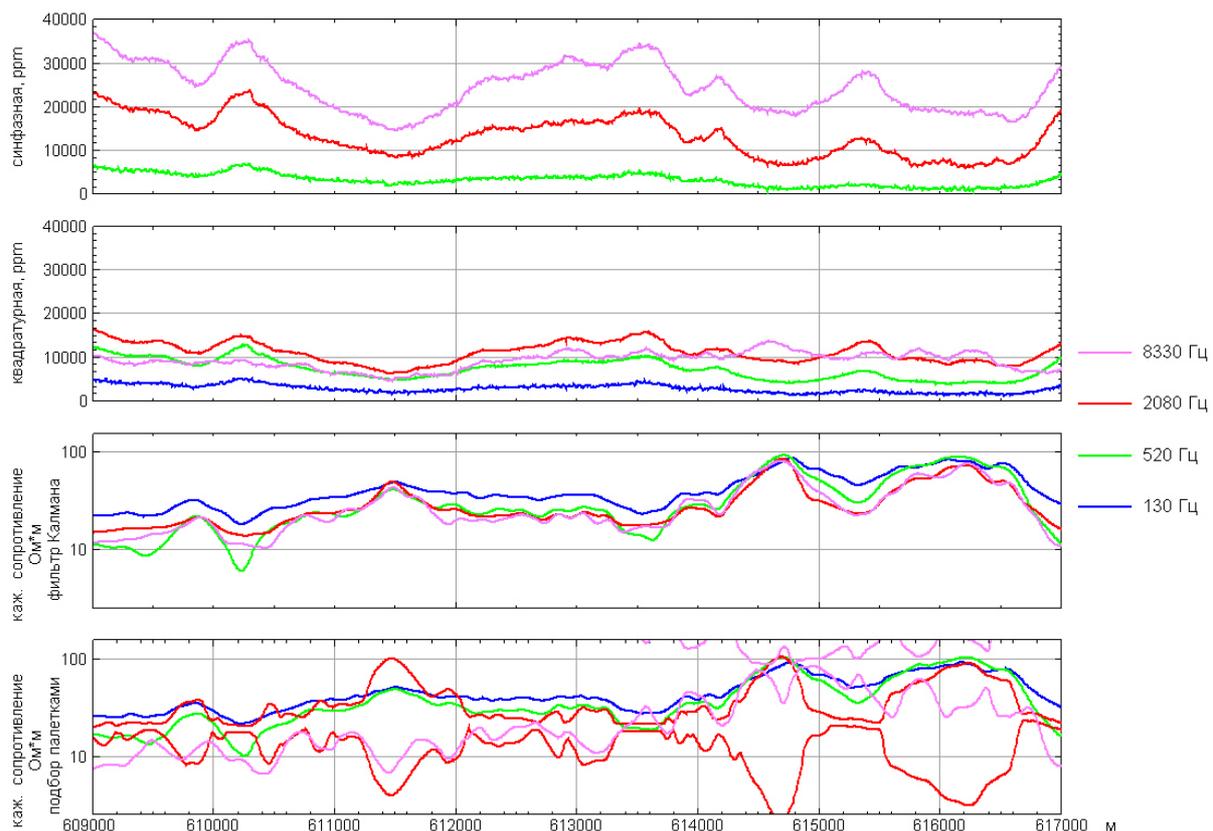


**Рисунок 1** Синфазные и квадратурные компоненты отклика для системы EM4N а) над однородным полупространством; б) над двухслойной средой, где удельное сопротивление верхнего слоя мощностью 20 метров меняется, а сопротивление основания остается равным 1000 Ом·м.

Стоит также отметить, что форма отклика для слоистой среды сильно отличается от отклика для однородного полупространства (Рисунок 1б). Это приводит к плохой согласованности реальных измерений и модельных синфазной и квадратурной компонент. Получается не только смещение значений, но и увеличение максимального значения квадратурной компоненты по сравнению с однородным полупространством на несколько тысяч ppm (миллионных долей первичного поля).

Предлагается для каждого частотного канала выполнять подбор по мнимой и квадратурной компонентам с учетом суммарной высоты передатчика и приемника ( $z + h$ ) и горизонтального смещения приемника  $r$  с применением описанного выше алгоритма фильтра Калмана. В этом случае вектор параметров  $x$  имеет размерность 1 и содержит только логарифм удельного

сопротивления, вектор измерений  $\mathbf{z}$  размерности 2 содержит синфазную и квадратурную компоненты отклика. Результат работы алгоритма представлен на рисунке 2, где для сравнения приводятся сопротивления, рассчитанные палеточным способом с использованием квадратурной компоненты отклика и высоты. Очевидно, с помощью инверсии методом Калмановской фильтрации удастся добиться и однозначности, и широкого диапазона работоспособности алгоритма. При расчете сопротивлений по палеткам возникают серьезные трудности для частот 2 и 8 кГц, квадратурная компонента отклика на которых изменяется вблизи максимума: это и неоднозначность, и слабая зависимость квадратурной компоненты отклика от удельного сопротивления.



**Рисунок 2** Результат измерений EM4Н и расчета кажущихся сопротивлений, сверху вниз: синфазные компоненты отклика; квадратурные компоненты отклика; кажущиеся сопротивления, полученные при помощи фильтра Калмана; кажущиеся сопротивления, полученные при помощи палеток для квадратурной компоненты и высоты.

## Выводы

Задача инверсии данных аэроэлектроразведки является неотъемлемой частью процесса обработки. Имеющееся многообразие методов решения даже одномерных задач ставит геофизика в довольно трудное положение. Описанный же в данной статье подход к обратной задаче как к стохастической задаче оценивания, с последующим применением мощного аппарата теории оценивания, базирующегося на фильтре Калмана, позволяет органично комбинировать современные подходы к инверсии.

Результаты работы описанного подхода были продемонстрированы на одной из простейших задач — расчет кажущихся сопротивлений для частотной аэроэлектроразведочной системы EM4Н. Алгоритм автоматически выполняет оценку влияния той или иной составляющей вектора измерений, что позволяет получать гладкое однозначное решение там, где традиционные методы испытывают трудности. При этом учитываются все геометрические

параметры системы, что позволяет снять ограничения на параметры пилотирования — существенные изменения скорости полета и даже изменения в определенном диапазоне высоты не приведут к значительным искажениям полученных кажущихся удельных сопротивлений.

### Благодарности

Автор выражает искреннюю признательность компаниям ООО «Геотехнологии» и АО «ГНПП Аэрогеофизика» за возможность публикации данных аэроэлектроразведочной системы EM4H.

### Библиография/References

Chang-Chun, Y., Xiu-Yan, R., Yun-He, L., Yan-Fu, Q., Chang-Kai, Q. and Jing, C. [2015] Review on airborne electromagnetic inverse theory and applications. *Geophysics*, **80**(4), W17–W31.

Fraser, D.C. [1987] Layered-earth resistivity mapping. In: Fitterman, D.V. (Ed.) *Developments and Applications of Modern Airborne Electromagnetic Surveys*, US Geological Survey Bulletin, 33–41.

Golovan, A.A. and Parusnikov, N.A. [1998] A relationship between the stochastic estimability measure and singular matrix expansions. *Automation and Remote Control*, **59**(2), 190–193.

Guillemoteau, J., Sailhac, P. and Béhaegel, M. [2011] Regularization strategy for the layered inversion of airborne transient electromagnetic data: application to in-loop data acquired over the basin of Franceville (Gabon). *Geophysical Prospecting*, **59**, 1132–1143.

Hadamard, J. [1932] *Le problème de Cauchy et les équations aux dérivées partielles linéaires hyperboliques*. Hermann.

Jupp, D.L.B. and Vozoff, K. [1975] Stable iterative methods for the inversion of geophysical data. *Geophys. J. R. astr. Soc.*, **42**, 957–976.

Kalman, R. [1960] A new approach to linear filtering and prediction problems. *ASME Journal of Basic Engineering*, **82**, 35–45.

Karshakov, E.V. and Kharichkin, M.V. [2008] A stochastic estimation problem at aeromagnetometer deviation compensation. *Automation and Remote Control*, **69**(7), 1162–1170.

Karshakov, E., Volkovitsky, A. and Tkhorenko, M. [2013] Receiver positioning by means of EM field measurements. *Papers of the 13th SAGA Biennial @ 6th International AEM Conference AEM-2013*. Mpumalanga, South Africa, 1-4.

Keppenne, C.L. and Rienecker, M. [2003] Assimilation of temperature into an isopycnal ocean general circulation model using a parallel Ensemble Kalman filter. *J. Mar. Sys.*, **40–41**, 363–380.

Mitchell, H.L., Houtekamer, P.L. and Pellerin, G. [2002] Ensemble size, and model-error representation in an Ensemble Kalman filter. *Mon. Weather Rev.*, **130**, 2791–2808.

Moilanen, E., Karshakov, E. and Volkovitsky, A. [2013] Time domain helicopter EM system «Equator»: resolution, sensitivity, universality. *Papers of the 13th SAGA Biennial @ 6th International AEM Conference AEM-2013*. Mpumalanga, South Africa, 1-4.

Olson, D. [2010] GT-1A and GT-2A airborne gravimeters: improvements in design, operation, and processing from 2003 to 2010. In Lane, R. (Ed.) *Abstracts from the ASEG-PESA Airborne Gravity 2010 Workshop*, Geoscience Australia and the Geological Survey of New South Wales, Geoscience Australia Record 2010/23 and GSNSW File GS2010/0457, 152–171.

- Palacky, G.J. [1987] Resistivity characteristics of geologic targets. In: Nabighian, N.M., (Ed.) *Electromagnetic Methods*, SEG, 53–129.
- Park, J.H. and Kaneko, A. [2000] Assimilation of coastal acoustic tomography data into a barotropic ocean model. *Geophys. Res. Lett.*, **27**, 3373–3376.
- Simon, D. [2006] *Optimal State Estimation. Kalman,  $H_\infty$  and Nonlinear Approaches*. John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey.
- Smith, R. [2014] Electromagnetic induction methods in mining geophysics from 2008 to 2012. *Surv. Geophys.*, **35**, 123–156.
- Volkovitsky, A. and Karshakov, E. [2013] Airborne EM systems variety: what is the difference? *Papers of the 13th SAGA Biennial @ 6th International AEM Conference AEM-2013*. Mpumalanga, South Africa, 1-4.
- Vovenko, T., Moilanen, E., Volkovitsky, A. and Karshakov, E. [2013] New abilities of quadrature EM systems. *Papers of the 13th SAGA Biennial @ 6th International AEM Conference AEM-2013*. Mpumalanga, South Africa, 1-4.
- Xu, Y., Chen, X. and Li, Q. [2014] Adaptive iterated extended Kalman filter and its application to autonomous integrated navigation for indoor robot. *The Scientific World Journal*, **2014**, 1–7.
- Zhdanov, M.S. [2009] *Geophysical Electromagnetic Theory and Methods*. Elsevier.